MIIA – Präsenzaufgaben Nr. 10
27.6 – 29.6.2007

1. Man zeige, dass für $0 \le r < R \le \infty$ die „Kugelschale“

$$\Omega = \{x \in \mathbb{R}^n : r < \|x\| < R\}$$

   kurvenzusammenhängend ist.

2. Welche der folgenden Teilmengen des $\mathbb{R}^n$ sind Gebiete?

   a) $B(0,1) \cup B(v,1)$, wobei $\|v\| = 1$.

   b) $B(0,1) \cup B(v,1)$, wobei $\|v\| = 2$.

   c) $B(0,1) \cup B(v,1)$, wobei $\|v\| = 3$.

   d) $B(0,1) \cup \{tv : 0 \le t < 2\}$, wobei $\|v\| = 1$.

3. Sei $w \in \mathbb{R}^n$. Man integriere das konstante Vektorfeld $F : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$, $F(x) = w$, längs $\gamma(t) = (t, t^2, \ldots, t^n)$, $t \in [0,1]$. Ist F konservativ?

4. Man beschreibe für $F(x,y) = 2(x,y)$ die Äquipotentialflächen $\Sigma_c = U^{-1}(c)$, $c \in \mathbb{R}$, des Potentials $U = x^2 + y^2$, und trage F und Σ_c in einer Skizze auf.

5. Analog im Dreidimensionalen: $F(x) = x\,\|x\|^{-3}$.

6. Wie sehen die Äquipotentialflächen für ein allgemeines Zentralfeld aus?